

---

doi: <https://doi.org/10.15407/dopovidi2018.05.028>

УДК 539.375

**А.О. Камінський<sup>1</sup>, Л.А.Кіпніс<sup>2</sup>, Т.В. Поліщук<sup>2</sup>**

<sup>1</sup> Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України, Київ

<sup>2</sup> Уманський державний педагогічний університет ім. Павла Тичини

E-mail: dfm11@ukr.net, polischuk\_t@ukr.net

## **Про розвиток зони ослаблених зв'язків, що передує зародженню тріщини Коттрелла**

*Представлено академіком НАН України В.Л. Богдановим*

*Визначено довжину маломасштабної вузької зони ослаблених зв'язків (зони передруйнування) в точці перетину ліній мікропластичного деформування (ліній ковзання) у пружному тілі. Зона передруйнування моделюється лінією розриву нормального переміщення. Розвиток цієї зони передує зародженню тріщини за механізмом Коттрелла. Точний розв'язок відповідної задачі лінійної теорії пружності побудовано методом Вінера—Гопфа.*

**Ключові слова:** зона передруйнування, зародження тріщини, механізм Коттрелла, метод Вінера—Гопфа.

Руйнування матеріалів відбувається після розвитку в них біля різного типу концентраторів напружень зон передруйнування. Наявність інформації про конфігурацію і розміри локальних зон передруйнування дозволяє повніше описати напружено-деформований стан матеріалу біля гострокінцевих концентраторів, який передує руйнуванню. Визначення конфігурації і розмірів таких зон є однією з центральних проблем механіки руйнування.

Проблемам механіки руйнування присвячено багато праць. Вони присвячені плоским задачам про визначення зон передруйнування біля кінців тріщин та інших кутових точок — гострокінцевих концентраторів напружень в однорідних тілах у рамках моделей з лініями розриву переміщення. Підставою для такого моделювання є класичні результати експериментальних і теоретичних досліджень [1–4], які свідчать про те, що початкові зони передруйнування являють собою тонкі шари матеріалу — вузькі смуги, що виходять з гострокінцевих концентраторів напружень. У пружнопластичних задачах механіки руйнування в умовах плоскої деформації широкого розповсюдження набула модель пластичної зони передруйнування з двома бічними лініями розриву дотичного переміщення (лініями

ковзання) [5, 6]. Ця модель використову-  
валась також при визначенні початкової  
пластичної зони біля кінця тонкого жор-  
сткого включення [7] і біля кутової точки  
межі тіла [8]. У випадку пружного тіла за-  
стосовується модель Леонова—Панасюка  
[3], згідно з якою біля кінця тріщини нор-  
мального розриву на її продовженні вини-  
кає і розвивається вузька зона ослаблених  
зв'язків, що моделюється лінією розриву  
нормального переміщення. Нормальне на-  
пруження на вказаній лінії дорівнює зада-  
ній сталій матеріалу (опору відриву).

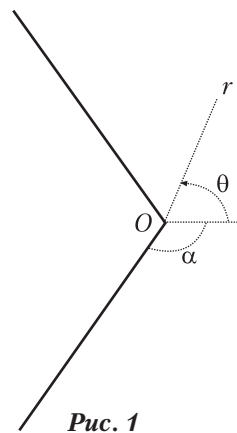


Рис. 1

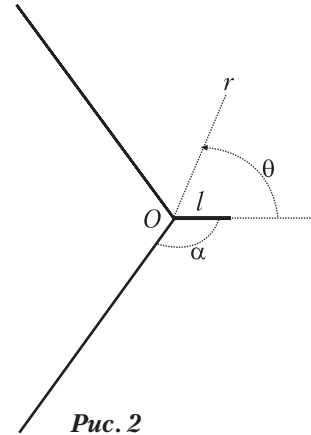


Рис. 2

Гострокінцевим концентратором напружень зі степеневу особливістю є точка пере-  
тину ліній розриву дотичного переміщення (ліній ковзання) (рис. 1). Задачі про визначення  
зон передруйнування біля цієї точки у рамках згаданих вище моделей не розглядались.  
Розв'язки таких задач можуть бути використані при вивченні одного з дислокаційних ме-  
ханізмів зародження тріщин — механізму Коттрелла [9].

Існують експериментальні дані, які свідчать про те, що крихкому руйнуванню тіла пе-  
редує мікропластична деформація — рух і зупинка дислокацій [10].

Згідно з механізмом Коттрелла, в результаті об'єднання двох дислокацій, які рухають-  
ся у площинах ковзання, що перетинаються, утворюється нековзна дислокація — перепона  
на шляху руху інших дислокацій і осередок зародження тріщини. Дислокації, які рухають-  
ся в обох площинах ковзання, зупиняються перед цією перепорою, створюючи скупчення  
дислокацій, що спричиняє високу концентрацію напружень біля перепони. Внаслідок такої  
концентрації напружень відбувається розрив суцільності і утворення тріщини.

Зародженню тріщини у пружному тілі за механізмом Коттрелла передує розвиток  
біля точки перетину ліній мікропластичного деформування зони передруйнування, яка  
являє собою вузьку зону ослаблених зв'язків, що виходить з цієї точки. Появу тріщини  
слід очікувати вздовж даної зони ослаблених зв'язків при деякому значенні зовнішнього  
навантаження.

Нижче на основі точного розв'язку відповідної задачі лінійної теорії пружності для тіла  
клиноподібної конфігурації встановлено закон розвитку вказаної зони передруйнування.

**Постановка задачі.** В умовах плоскої деформації у рамках статичної симетричної за-  
дачі розглянемо однорідне ізотропне пружне тіло, яке містить лінії мікропластичного  
деформування, що перетинаються (див. рис. 1, де  $\pi/2 < \alpha < \pi$ ). Лінію мікропластичного  
деформування моделюватимемо лінією розриву дотичного переміщення, на якій дотичне  
напруження дорівнює заданій сталій матеріалу  $\tau_s$ , що характеризує мікропластичну дефор-  
мацію пружного тіла ( $\tau_s$  — границя текучості на зсув).

У відповідності до загальних положень про поведінку напружень біля кутових точок  
пружних тіл [11] точка  $O$  — це гострокінцевий концентратор напружень зі степеневу  
особливістю. Суми головних членів розвинень напружень в асимптотичні ряди при  $r \rightarrow 0$   
є розв'язком відповідної задачі теорії пружності (задача К) для площини з напівнескінчен-

ними лініями розриву, який породжується єдиним у смузі  $-1 < \operatorname{Re} \lambda < 0$  коренем  $\lambda_0 \in ]-1; 0[$  її характеристичного рівняння

$$[\cos 2\alpha - \cos 2(\lambda + 1)\alpha][\sin 2(\lambda + 1)(\pi - \alpha) - (\lambda + 1)\sin 2\alpha] + \\ + [\cos 2\alpha - \cos 2(\lambda + 1)(\pi - \alpha)][\sin 2(\lambda + 1)\alpha + (\lambda + 1)\sin 2\alpha] = 0.$$

Зокрема

$$\sigma_\theta(r, \theta) = C\Sigma(\theta)r^{\lambda_0} + C_0 + \frac{\tau_s}{\sin 2\alpha} \cos 2\theta + f(r, \theta) \quad (r \rightarrow 0),$$

$$\Sigma(\theta) = \begin{cases} (\lambda_0 + 2)[\sin \lambda_0(\pi - \alpha) \cos \lambda_0\theta - \sin(\lambda_0 + 2)(\pi - \alpha) \cos(\lambda_0 + 2)\theta] & (0 \leq \theta \leq \alpha), \\ (\lambda_0 + 2)[\sin(\lambda_0 + 2)\alpha \cos(\lambda_0 + 2)(\pi - \theta) - \sin \lambda_0\alpha \cos \lambda_0(\pi - \theta)] & (\alpha \leq \theta \leq \pi), \end{cases}$$

$$(f(r, \theta) \rightarrow 0 \text{ при } r \rightarrow 0).$$

Сталі  $C$  і  $C_0$  повинні визначатись з розв'язку кожної конкретної задачі теорії пружності, яка зображена на рис. 1.

Внаслідок високої концентрації напружень у точці  $O$  перетину ліній мікропластичного деформування можливе утворення у цій точці тріщини за механізмом Коттрелла. Утворенню тріщини передуює виникнення і розвиток з точки  $O$  маломасштабної вузької зони ослаблених зв'язків (зони передруйнування). Зі зростанням зовнішнього навантаження її довжина збільшується. При деякому значенні навантаження вздовж даної вузької зони відбувається розрив суцільності і зародження тріщини Коттрелла, довжина якої значно менша, ніж довжина ліній мікропластичного деформування та розміри тіла.

Переважні деформації у зоні ослаблених зв'язків розвиваються за механізмом відриву. Тому будемо її моделювати лінією розриву нормального переміщення, на якій нормальне напруження дорівнює заданій сталій матеріалу  $\sigma_0$  — опору відриву (аналог моделі Леонова—Панасюка [3]).

Як показують результати розрахунків, функція  $\Sigma(\theta)$  при  $0 \leq \theta \leq \alpha$  зростає від від'ємного значення до додатного. При  $\alpha \leq \theta \leq \pi$  функція  $\Sigma(\theta)$  спадає і є додатною.

Якщо  $C < 0$ , то беручи до уваги цю інформацію про функцію  $\Sigma(\theta)$  і використовуючи критерій максимальних розтягуючих напружень  $\sigma_\theta$  [12], приходимо до висновку, що зона ослаблених зв'язків та тріщина Коттрелла будуть розташовані на лінії симетрії.

Якщо  $C > 0$ , то даний критерій вказує на розташування тріщини уздовж лінії мікропластичного деформування, що суперечить фізичному змісту.

Нижче вважається, що  $C < 0$ .

Ставиться задача визначення довжини  $l$  зони ослаблених зв'язків.

З урахуванням малості зони ослаблених зв'язків приходимо до плоскої статичної симетричної задачі лінійної теорії пружності для однорідної ізотропної площини, з точки якої виходять дві напівнескінченні прямі лінії розриву дотичного переміщення і лінія розриву нормального переміщення скінченної довжини (рис. 2). При  $r \rightarrow \infty$  суми головних членів розвинень напружень в асимптотичні ряди є розв'язком аналогічної задачі без лінії розриву нормального переміщення (розв'язком задачі К, про який йшлося вище). Довільні сталі  $C$  і  $C_0$ , що входять до вказаного розв'язку, вважаються заданими. Вони характеризують ін-

тенсивність зовнішнього поля і повинні визначатись з розв'язку кожної конкретної зовнішньої задачі, яку зображено на рис. 1.

Крайові умови задачі теорії пружності, що розглядається (рис. 2), мають наступний вигляд:

$$\theta = \alpha, \quad \langle \sigma_\theta \rangle = \langle \tau_{r\theta} \rangle = 0, \quad \langle u_\theta \rangle = 0, \quad \tau_{r\theta} = \tau_s; \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \theta = 0, \quad \tau_{r\theta} = 0; \quad \theta = \pi, \quad \tau_{r\theta} = 0, \quad u_\theta = 0; \\ \theta = 0, \quad r < l, \quad \sigma_\theta = \sigma_0; \quad \theta = 0, \quad r > l, \quad u_\theta = 0; \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \theta = 0, \quad r \rightarrow \infty, \quad \sigma_\theta = C_0 + \frac{\tau_s}{\sin 2\alpha} + Cgr^{\lambda_0} + o\left(\frac{1}{r}\right), \\ g = -2(\lambda_0 + 2)\sin \alpha \cos(\lambda_0 + 1)(\pi - \alpha). \end{aligned} \quad (3)$$

У цих формулах  $0 \leq \theta \leq \pi$ ;  $\langle a \rangle$  – стрибок  $a$ .

Розв'язок сформульованої задачі теорії пружності (див. рис. 2) є сумою розв'язків наступних двох задач. Перша відрізняється від неї тим, що замість третьої з умов (1) і першої з умов (2) маємо

$$\theta = \alpha, \quad \tau_{r\theta} = 0; \quad \theta = 0, \quad r < l, \quad \sigma_\theta = \sigma_0 - C_0 - \frac{\tau_s}{\sin 2\alpha} - Cgr^{\lambda_0}, \quad (4)$$

а на нескінченності напруження затухають як  $o(1/r)$  (у (3) відсутні перші три доданки). Друга задача – задача К. Оскільки розв'язок другої задачі відомий, достатньо побудувати розв'язок першої.

Для побудови точного розв'язку першої задачі будемо використовувати метод Вінера – Гопфа у поєднанні з апаратом інтегрального перетворення Мелліна [13, 14].

**Розв'язок рівняння Вінера–Гопфа.** Застосовуючи перетворення Мелліна з комплексним параметром  $p$  до рівнянь рівноваги, умов сумісності деформацій, закону Гука, умов (1) та враховуючи другу з умов (2) і умови (4), приходимо до наступного функціонального рівняння Вінера–Гопфа:

$$\Phi^+(p) + \frac{s_1}{p+1} + \frac{s_2}{p+\lambda_0+1} = -\operatorname{tg} p\pi G(p)\Phi^-(p), \quad G(p) = \frac{G_1(p)}{G_2(p)}, \quad (5)$$

$$\begin{aligned} G_1(p) = \{(\sin 2p\alpha + p \sin 2\alpha)[\sin 2p(\pi - \alpha) - p \sin 2\alpha] + \\ + 2[\cos 2p(\pi - \alpha) - \cos 2\alpha](\sin^2 p\alpha - p^2 \sin^2 \alpha)\} \cos p\pi, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} G_2(p) = \{(\cos 2p\alpha - \cos 2\alpha)[\sin 2p(\pi - \alpha) - p \sin 2\alpha] + \\ + [\cos 2p(\pi - \alpha) - \cos 2\alpha](\sin 2p\alpha + p \sin 2\alpha)\} \sin p\pi, \end{aligned}$$

$$s_1 = \sigma_0 - C_0 - \frac{\tau_s}{\sin 2\alpha}, \quad s_2 = -Cgl^{\lambda_0},$$

$$\Phi^+(p) = \int_1^{\infty} \sigma_{\theta}(\rho l, 0) \rho^p d\rho, \quad \Phi^-(p) = \frac{E}{2(1-\nu^2)} \int_0^1 \frac{\partial u_{\theta}}{\partial r} \Big|_{\substack{r=\rho l \\ \theta=0}} \rho^p d\rho$$

( $-\varepsilon_1 < \operatorname{Re} p < \varepsilon_2$ ,  $\varepsilon_{1,2}$  – досить малі додатні числа;  $E$  – модуль Юнга;  $\nu$  – коефіцієнт Пуассона).

Розв’язок рівняння (5) має вигляд

$$\begin{aligned} \Phi^+(p) = & -\frac{pG^+(p)}{K^+(p)} \left\{ \frac{s_1}{p+1} \left[ \frac{K^+(p)}{pG^+(p)} + \frac{K^+(-1)}{G^+(-1)} \right] + \right. \\ & \left. + \frac{s_2}{p+\lambda_0+1} \left[ \frac{K^+(p)}{pG^+(p)} + \frac{K^+(-\lambda_0-1)}{(\lambda_0+1)G^+(-\lambda_0-1)} \right] \right\} \quad (\operatorname{Re} p < 0), \\ \Phi^-(p) = & K^-(p)G^-(p) \left[ \frac{s_1 K^+(-1)}{(p+1)G^+(-1)} + \right. \\ & \left. + \frac{s_2 K^+(-\lambda_0-1)}{(p+\lambda_0+1)(\lambda_0+1)G^+(-\lambda_0-1)} \right] \quad (\operatorname{Re} p > 0), \\ \exp \left[ \frac{1}{2\pi i} \int_{-i\infty}^{i\infty} \frac{\ln G(z)}{z-p} dz \right] = & \begin{cases} G^+(p) & (\operatorname{Re} p < 0), \\ G^-(p) & (\operatorname{Re} p > 0), \end{cases} \quad K^{\pm}(p) = \frac{\Gamma(1 \mp p)}{\Gamma(1/2 \mp p)} \end{aligned} \quad (6)$$

( $\Gamma(z)$  – гамма-функція).

**Визначення довжини зони ослаблених зв’язків.** Виходячи з відомих асимптотик

$$\begin{aligned} \theta = 0, \quad r \rightarrow l+0, \quad \sigma_{\theta} & \sim \frac{k_I}{\sqrt{2\pi(r-l)}}, \\ \theta = 0, \quad r \rightarrow l-0, \quad \frac{\partial u_{\theta}}{\partial r} & \sim -\frac{2(1-\nu^2)}{E} \frac{k_I}{\sqrt{2\pi(l-r)}} \end{aligned}$$

( $k_I$  – коефіцієнт інтенсивності напружень у кінці лінії розриву нормального переміщення), за теоремою абелевого типу одержуємо

$$\Phi^+(p) \sim \frac{k_I}{\sqrt{-2pl}}, \quad \Phi^-(p) \sim -\frac{k_I}{\sqrt{2pl}} \quad (p \rightarrow \infty). \quad (7)$$

За допомогою (6) знаходимо асимптотику

$$\Phi^-(p) \sim \frac{1}{\sqrt{p}} \left[ \frac{s_1 K^+(-1)}{G^+(-1)} + \frac{s_2 K^+(-\lambda_0-1)}{(\lambda_0+1)G^+(-\lambda_0-1)} \right] \quad (p \rightarrow \infty). \quad (8)$$

Згідно з (7) та (8) маємо

$$k_I = q_1(\alpha)C_l^{\lambda_0+1/2} + q_2(\alpha)\left(C_0 - \sigma_0 + \frac{\tau_s}{\sin 2\alpha}\right)\sqrt{l}, \quad (9)$$

$$q_1(\alpha) = \frac{\sqrt{2}g\Gamma(\lambda_0+1)}{\Gamma(\lambda_0+3/2)G^+(-\lambda_0-1)}, \quad q_2(\alpha) = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{\pi}G^+(-1)}.$$

Довжина зони ослаблених зв'язків визначається з умови обмеженості напружень біля кінця лінії розриву нормального переміщення, тобто з умови рівності нулю коефіцієнта  $k_I$ .

Прирівнюючи до нуля праву частину (9), одержуємо наступну формулу для визначення довжини зони ослаблених зв'язків:

$$l = \Lambda \left( \frac{|C|}{\sigma_0 - C_0 - \tau_s/\sin 2\alpha} \right)^{-1/\lambda_0}, \quad \Lambda = \left[ \frac{\sqrt{\pi}|g|\Gamma(\lambda_0+1)G^+(-1)}{2\Gamma(\lambda_0+3/2)G^+(-\lambda_0-1)} \right]^{-1/\lambda_0} \quad (10)$$

Тут  $C$  – від'ємна зростаюча за модулем функція зовнішнього навантаження;  $C_0 < \sigma_0$  – додатна зростаюча функція зовнішнього навантаження.

Значенням  $\alpha$ , що дорівнюють 100; 110; 120; 130; 140; 150; 160; 170 град, відповідають значення  $-\lambda_0$ , що дорівнюють 0,190; 0,335; 0,449; 0,541; 0,619; 0,689; 0,756; 0,831, і значення  $\Lambda$ , що дорівнюють 4,799; 11,648; 10,616; 8,759; 7,022; 5,502; 4,163; 2,872.

Формула (10) встановлює закон розвитку маломасштабної зони ослаблених зв'язків з кутової точки, яка розглядається.

#### ЦИТОВАНА ЛІТЕРАТУРА

1. Vitvitskii P.M., Panasyuk V.V., Yarema S.Ya. Plastic deformation in the vicinity of a crack and the criteria of fracture (Review). *Strength of Materials*. 1973. № 2. P. 135–151. doi: <https://doi.org/10.1007/BF00770282>
2. Леонов М.Я., Витвицкий П.М., Ярема С.Я. Полосы пластичности при растяжении пластин с трещиновидным концентратором. *Докл. АН СССР*. 1963. **148**, № 3. С. 541–544.
3. Панасюк В.В. Предельное равновесие хрупких тел с трещинами. Киев: Наук. думка, 1968. 246 с.
4. Dugdale D.S. Yielding of steel sheets containing slits. *J. Mech. and Phys. Solids*. 1960. **8**, № 2. P. 100–104. doi: [https://doi.org/10.1016/0022-5096\(60\)90013-2](https://doi.org/10.1016/0022-5096(60)90013-2)
5. Panasyuk V.V., Savruk M.P. Model for plasticity bands in elastoplastic failure mechanics. *Mater. Sci*. 1992. **28**, No. 1. P. 41–57. doi: <https://doi.org/10.1007/BF00723631>
6. Cherepanov G.P. Plastic rupture lines at the tip of a crack. *J. Appl. Math. and Mech*. 1976. **40**, № 4. P. 666–674. doi: [https://doi.org/10.1016/0021-8928\(76\)90177-5](https://doi.org/10.1016/0021-8928(76)90177-5)
7. Berezhnitskii L.T., Kundrat N.M. Plastic bands at the tip of a linear rigid inclusion. *Strength of Materials*. 1982. No. 11. P. 1502–1505. doi: <https://doi.org/10.1007/BF00768948>
8. Kaminskii A.A., Kipnis L.A., Khazin G.A. Study of the Stress State Near a Corner Point in Simulating the Initial Plastic Zone by Slipbands. *Int. Appl. Mech*. 2001. **37**, № 5. P. 647–653. doi: <https://doi.org/10.1023/A:1012312513881>
9. Панасюк В.В., Андрейкив А.Е., Партон В.З. Основы механики разрушения материалов. Киев: Наук. думка, 1988. 488 с.
10. Ван Бюрен. Дефекты в кристаллах. Москва: Изд-во иностр. лит., 1962. 584 с.
11. Партон В.З., Перлин П.И. Методы математической теории упругости. Москва: Наука, 1981. 688 с.
12. Yarema S.Ya., Ivanitskaya G.S. Limiting equilibrium and the development of angled cracks. Review of criteria. *Mater. Sci*. 1986. **22**, № 1. P. 40–51. doi: <https://doi.org/10.1007/BF00720865>

13. Нобл Б. Применение метода Винера — Хопфа для решения дифференциальных уравнений в частных производных. Москва: Изд-во иностр. лит., 1962. 279 с.
14. Уфлянд Я.С. Интегральные преобразования в задачах теории упругости. Ленинград: Наука, 1967. 402 с.

Надійшло до редакції 22.12.2017

## REFERENCES

1. Vitvitskii, P. M., Panasyuk, V. V. & Yarema, S. Ya. (1973). Plastic deformation in the vicinity of a crack and the criteria of fracture (Review). *Strength of Materials*, No. 2, pp. 135-151. doi: <https://doi.org/10.1007/BF00770282>
2. Leonov, M. Ya., Vitvitskii, P. M. & Yarema, S. Ya. (1963). Plasticity bands when tension plates with a cracked concentrator. *Doklady Akademii Nauk SSSR*, 148, No. 3, pp. 541-544. (in Russian).
3. Panasyuk, V. V. (1968). Limit equilibrium of brittle bodies with cracks. Kiev: Naukova Dumka (in Russian).
4. Dugdale, D. S. (1960). Yielding of steel sheets containing slits. *J. Mech. and Phys. Solids*, 8, No. 2, pp. 100-104. doi: [https://doi.org/10.1016/0022-5096\(60\)90013-2](https://doi.org/10.1016/0022-5096(60)90013-2)
5. Panasyuk, V. V. & Savruk, M. P. (1992). Model for plasticity bands in elastoplastic failure mechanics. *Mater. Sci.*, 28, No. 1, pp. 41-57. doi: <https://doi.org/10.1007/BF00723631>
6. Cherepanov, G. P. (1976). Plastic rupture lines at the tip of a crack. *J. Appl. Math. and Mech.*, 40, No. 4, pp. 666-674. doi: [https://doi.org/10.1016/0021-8928\(76\)90177-5](https://doi.org/10.1016/0021-8928(76)90177-5)
7. Berezhnitskii, L. T. & Kundrat, N. M. (1982). Plastic bands at the tip of a linear rigid inclusion. *Strength of Materials*, No. 11, pp. 1502-1505. doi: <https://doi.org/10.1007/BF00768948>
8. Kaminskii, A. A., Kipnis, L. A. & Khazin, G. A. (2001). Study of the Stress State Near a Corner Point in Simulating the Initial Plastic Zone by Slipbands. *Int. Appl. Mech.*, 37, No. 5, pp. 647-653. doi: <https://doi.org/10.1023/A:1012312513881>
9. Panasyuk, V. V., Andreykiv, A. E. & Parton, V. Z. (1988). Fundamentals of fracture mechanics. Kiev: Naukova Dumka (in Russian).
10. Van Byuren. (1962). Defects in crystals. Moscow: Izda-vo Inostr. Lit. (in Russian).
11. Parton, V. Z. & Perlin, P. I. (1981). Methods of the mathematical theory of elasticity. Moscow: Nauka (in Russian).
12. Yarema, S. Ya. & Ivanitskaya, G. S. (1986). Limiting equilibrium and the development of angled cracks. Review of criteria. *Mater. Sci.*, 22, No. 1, pp. 40-51. doi: <https://doi.org/10.1007/BF00720865>
13. Noble, B. (1962). Using of the Wiener—Hopf method for the solution of the partial differential equations. Moscow: Izda-vo Inostr. Lit. (in Russian).
14. Uflyand, Ya. S. (1967). Integral transformations in problems of the theory of elasticity. Leningrad: Nauka (in Russian).

Received 22.12.2017

А.А. Каминский<sup>1</sup>, Л.А. Кипнис<sup>2</sup>, Т.В. Поліщук<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Институт механики им. С.П. Тимошенко НАН Украины, Киев

<sup>2</sup> Уманский государственный педагогический университет им. Павла Тычины

E-mail: [dfm11@ukr.net](mailto:dfm11@ukr.net), [polischuk\\_t@ukr.net](mailto:polischuk_t@ukr.net)

## О РАЗВИТИИ ЗОНЫ ОСЛАБЛЕННЫХ СВЯЗЕЙ, ПРЕДШЕСТВУЮЩЕМ ЗАРОЖДЕНИЮ ТРЕЩИНЫ КОТТРЕЛЛА

Определена длина маломасштабной узкой зоны ослабленных связей (зоны предразрушения) в точке пересечения линий микропластического деформирования (линий скольжения) в упругом теле. Зона предразрушения моделируется линией разрыва нормального смещения. Развитие этой зоны предшествует зарождению трещины по механизму Коттрелла. Точное решение соответствующей задачи линейной теории упругости построено методом Винера—Хопфа.

**Ключевые слова:** зона предразрушения, зарождение трещины, механизм Коттрелла, метод Винера—Хопфа.

A.A. Kaminsky<sup>1</sup>, L.A. Kipnis<sup>2</sup>, T.V. Polischuk<sup>2</sup>

<sup>1</sup> S. P. Timoshenko Institute of Mechanics of the NAS of Ukraine, Kiev

<sup>2</sup> Pavlo Tychyna Uman State Pedagogical University

E-mail: dfm11@ukr.net, polischuk\_t@ukr.net

#### ON THE DEVELOPMENT OF THE ZONE OF WEAKENED BONDS THAT PRECEDES THE INITIATION OF COTTRELL'S CRACK

The length of the small-scale narrow zone of weakened bonds (prefracture zone) at the point of intersection of the lines of microplastic deformation (slip lines) in the elastic body is found. The prefracture zone is modeled by the line of rupture of a normal displacement. The development of this zone precedes the crack initiation by Cottrell's mechanism. The exact solution of the corresponding problem of the linear theory of elasticity is constructed by the Wiener–Hopf method.

**Keywords:** *prefracture zone, crack initiation, Cottrell's mechanism, Wiener–Hopf method.*