

<https://doi.org/10.15407/dopovidi2020.01.024>

УДК 539.3

А.М. Багно

Институт механики им. С.П. Тимошенко НАН Украины, Киев

E-mail: alexbag2016@gmail.com

О влиянии слоя идеальной сжимаемой жидкости на поверхностную неустойчивость несжимаемого упругого полупространства, подверженного конечным начальным деформациям

Представлено академиком НАН Украины А. Н. Гузем

Рассматривается задача о распространении нормальных волн в предварительно деформированном несжимаемом полупространстве, взаимодействующем со слоем идеальной сжимаемой жидкости. Исследование проводится на основе трехмерных линеаризованных уравнений теории упругости конечных деформаций для несжимаемого упругого полупространства и трехмерных линеаризованных уравнений Эйлера для слоя идеальной сжимаемой жидкости. Применяются постановка задачи и подход, основанные на использовании представлений общих решений линеаризованных уравнений для упругого тела и жидкости. Получено дисперсионное уравнение, описывающее распространение гармонических волн в гидроупругой системе. Построена дисперсионная кривая поверхностной волны в широком диапазоне частот. Проанализировано влияние конечных начальных деформаций упругого полупространства и толщины слоя идеальной сжимаемой жидкости на фазовые скорости, дисперсию поверхностных волн и поверхностную неустойчивость гидроупругого волновода. Числовые результаты представлены в виде графиков и дан их анализ.

Ключевые слова: *поверхностные волны, фазовая скорость, несжимаемое упругое полупространство, слой идеальной сжимаемой жидкости, конечные начальные деформации, поверхностная неустойчивость.*

Как известно, действие на упругое полупространство значительных сжимающих усилий, вызывающих деформации, может привести к потере его поверхностной устойчивости. Отметим, что это явление подробно исследовалось в теории устойчивости упругих тел, а также было определено значение параметра критического укорочения, при котором оно происходит. Вместе с тем для более сложных систем, состоящих из упругих тел и жидкости, возникновение поверхностной неустойчивости и влияние на нее жидкости изучено недостаточно полно.

В данном сообщении для исследования устойчивости упруго-жидкостного волновода, состоящего из упругого полупространства и слоя жидкости, применяются модели, учитывающие начальные напряжения в твердом теле и сжимаемость жидкости. При этом используются трехмерные линеаризованные уравнения Эйлера для жидкости и трехмер-

ные линеаризованные уравнения теории упругости конечных деформаций для твердого тела. Предполагается, что жидкость является идеальной и находится в состоянии покоя. В качестве подхода выбраны постановки задач и метод, основанные на применении представлений общих решений линеаризованных уравнений движения идеальной сжимаемой жидкости и предварительно напряженного несжимаемого упругого тела, предложенные в работах [1–7].

Постановка задачи. Рассмотрим задачу о распространении акустических волн в гидроупругой системе, состоящей из слоя идеальной сжимаемой жидкости и упругого несжимаемого полупространства, подверженного большим (конечным) начальным деформациям. Решение получим с привлечением трехмерных линеаризованных уравнений теории упругости при конечных деформациях для твердого тела и линеаризованных уравнений Эйлера для жидкости, находящейся в состоянии покоя [1–7].

Далее рассматриваются такие динамические процессы в гидроупругой системе, при которых возникающие дополнительные деформации, т.е. возмущения деформаций значительно меньше начальных. Исследуются гармонические волновые процессы малой амплитуды. При этом принимается, что упругое тело находится в начальном напряженно-деформированном состоянии. Заметим, что в отличие от твердых тел, соотношения которых записаны в лагранжевых координатах, равенства для жидкой среды записываются в эйлеровых координатах, которые введены в естественном состоянии жидкости. Следует подчеркнуть, что начальное состояние упругого тела при рассмотрении гидроупругой задачи является естественным состоянием по отношению к жидкости и системе в целом. Поскольку в дальнейшем исследуется распространение малых возмущений, то, как известно, в этом случае подходы Эйлера и Лагранжа в описании поведения сред совпадают. Поэтому в дальнейшем не делаются различия между лагранжевыми и эйлеровыми координатами и характерные для нелинейных задач трудности при записи граничных условий при указанных двух подходах не возникают.

В рамках принятых моделей основные соотношения для системы предварительно напряженного несжимаемого упругого тела — идеальной сжимаемой жидкости принимают такой вид [1–7]:

1) несжимаемые упругие тела

$$\left(\tilde{\kappa}_{ij\alpha\beta} \frac{\partial^2}{\partial z_i \partial z_\beta} - \delta_{j\alpha} \rho \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) u_\alpha + \tilde{q} \frac{\partial p}{\partial z_i} = 0, \quad z_k \in V_1; \quad (1)$$

$$\tilde{\kappa}_{ij\alpha\beta} = \lambda_i \lambda_\beta \kappa_{ij\alpha\beta}; \quad \tilde{q}_{ij} = \lambda_i q_{ij}; \quad \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 = 1; \quad \tilde{q}_{ij} \frac{\partial u_j}{\partial z_i} = 0, \quad z_k \in V_1; \quad (2)$$

$$\tilde{Q}_j \equiv N_i^0 \left(\tilde{\kappa}_{ij\alpha\beta} \frac{\partial u_\alpha}{\partial z_\beta} + \tilde{q}_{ij} p \right), \quad z_k \in S; \quad (3)$$

2) идеальная сжимаемая жидкость

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \frac{1}{\rho_0} \nabla p = 0, \quad z_k \in V_2; \quad (4)$$

$$\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \rho^*}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{v} = 0; \quad \frac{\partial p}{\partial \rho^*} = a_0^2; \quad a_0 = \text{const}; \quad p_{ij} = -\delta_{ij} p, \quad z_k \in V_2; \quad (5)$$

$$\tilde{P}_j = p_{ij} N_j^0, \quad z_k \in S. \quad (6)$$

При этом специфику взаимодействия упругих и жидких сред отражают динамические $\tilde{Q}_j = \tilde{P}_j$, $z_k \in S$ и кинематические $\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} = \mathbf{v}$, $z_k \in S$ граничные условия, задаваемые на поверхности контакта упругих тел и жидкости S .

Введенные здесь тензоры $\tilde{\kappa}_{ij\alpha\beta}$ и \tilde{q}_{ij} зависят от вида начального состояния и типа упругого потенциала материала твердого тела. Выражения для вычисления составляющих этих тензоров приведены в работах [4, 5, 8, 9]. Там же предложены упрощения для различных вариантов теории малых начальных деформаций. Выше приняты следующие обозначения: u_i — компоненты вектора смещений упругого тела \mathbf{u} ; ρ — плотность материала упругого полупространства; v_i — составляющие вектора возмущений скорости жидкости \mathbf{v} относительно состояния покоя; ρ^* и p — возмущения плотности и давления в жидкости; ρ_0 и a_0 — плотность и скорость звука в жидкости в состоянии покоя; λ_i — удлинения упругого полупространства в направлениях координатных осей; \tilde{Q}_i и \tilde{P}_i — составляющие напряжений, соответственно, в упругом теле и жидкости; V_1 и V_2 — объемы, занимаемые, соответственно, упругим телом и жидкостью; S — поверхность контакта упругой и жидкой сред.

Равенства (1) — (3) описывают поведение несжимаемого упругого тела. Малые колебания идеальной сжимаемой жидкости относительно состояния покоя описывают соотношения (4) — (6).

Далее предположим, что изотропное нелинейно-упругое твердое тело, упругий потенциал которого является произвольной дважды непрерывно-дифференцируемой функцией компонент тензора деформаций Грина, занимает объем: $-\infty < z_1 < \infty$, $-\infty < z_2 \leq 0$, $-\infty < z_3 < \infty$ и контактирует со слоем идеальной сжимаемой жидкости, заполняющей объем: $-\infty < z_1 < \infty$, $0 \leq z_2 \leq h$, $-\infty < z_3 < \infty$. Примем, что внешние силы, действующие на указанные среды, распределены равномерно вдоль оси Oz_3 . В этом случае задача является плоской и можно ограничиться изучением процесса распространения волн в плоскости Oz_1z_2 . Следовательно, указанная задача сводится к решению системы уравнений (1)–(6) при следующих граничных условиях:

$$\tilde{Q}_1 \Big|_{z_2=0} = 0; \quad \tilde{Q}_2 \Big|_{z_2=0} = \tilde{P}_2 \Big|_{z_2=0}; \quad \tilde{P}_2 \Big|_{z_2=h} = 0; \quad v_2 \Big|_{z_2=0} = \frac{\partial u_2}{\partial t} \Big|_{z_2=0}. \quad (7)$$

Воспользуемся постановками задач гидроупругости для тел с начальными напряжениями и идеальной жидкости, а также представлениями общих решений, предложенными в работах [1–7]. В дальнейшем исследуются волновые процессы в предварительно деформированных несжимаемых упругих телах, взаимодействующих с идеальной жидкостью, начальное состояние которых является однородным. В случае однородного напряженно-деформированного состояния для плоского случая общие решения имеют вид [1–7]

$$u_1 = -\frac{\partial^2 \chi_1}{\partial z_1 \partial z_2}; \quad u_2 = \lambda_1 q_1 \lambda_2^{-1} q_2^{-1} \frac{\partial^2}{\partial z_1^2} \chi_1;$$

$$p = \lambda_1^{-1} q_1^{-1} \left\{ \lambda_1^2 [\lambda_1^2 a_{11} + s_{11}^0 - \lambda_1 \lambda_2 q_1 q_2^{-1} (a_{12} + \mu_{12})] \frac{\partial^2}{\partial z_1^2} + \lambda_2^2 (\lambda_1^2 \mu_{12} + s_{22}^0) \frac{\partial^2}{\partial z_2^2} - \rho \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right\} \frac{\partial}{\partial z_2} \chi_1;$$

$$v_1 = \frac{\partial^2 \chi_2}{\partial z_1 \partial t}; \quad v_2 = \frac{\partial^2 \chi_2}{\partial z_2 \partial t},$$

где введенные функции χ_i являются решениями следующих уравнений:

$$\left[\frac{\partial^4}{\partial z_1^4} + \frac{\lambda_2^4 q_2^2 (\lambda_1^2 \mu_{12} + s_{22}^0)}{\lambda_1^4 q_1^2 (\lambda_2^2 \mu_{12} + s_{11}^0)} \frac{\partial^4}{\partial z_2^4} - \frac{\rho}{\lambda_1^2 (\lambda_2^2 \mu_{12} + s_{11}^0)} \frac{\partial^4}{\partial z_1^2 \partial t^2} + \frac{q_1 q_2^{-1} (\lambda_2^2 a_{22} + s_{22}^0) + q_1^{-1} q_2 (\lambda_1^2 a_{11} + s_{11}^0) - 2 \lambda_1 \lambda_2 (a_{12} + \mu_{12})}{\lambda_1^2 \lambda_2^{-2} (\lambda_2^2 \mu_{12} + s_{11}^0) q_1 q_2^{-1}} \frac{\partial^4}{\partial z_1^2 \partial z_2^2} - \frac{\lambda_2^2 q_2^2 \rho}{\lambda_1^4 q_1^2 (\lambda_2^2 \mu_{12} + s_{11}^0)} \frac{\partial^4}{\partial z_2^2 \partial t^2} \right] \chi_1 = 0; \quad q_i = \lambda_i^{-1}; \quad \lambda_1 \lambda_2 = 1;$$

$$\left[\left(\frac{\partial^2}{\partial z_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial z_2^2} \right) - \frac{1}{a_0^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right] \chi_2 = 0.$$

Здесь a_{ij} , μ_{ij} — величины, определяемые из уравнений состояния и зависящие от вида упругого потенциала [6, 7, 9]; s_{ii}^0 — начальные напряжения.

Для анализа распространения возмущений, гармонически изменяющихся во времени, решения системы уравнений определяем в классе бегущих волн

$$\chi_j = X_j(z_2) \exp[i(k z_1 - \omega t)] \quad (j = \overline{1, 2}),$$

где k — волновое число; ω — круговая частота; i — мнимая единица ($i = \sqrt{-1}$).

Заметим, что выбранный в данной работе класс гармонических волн, являясь наиболее простым и удобным в теоретических исследованиях, не ограничивает общности полученных результатов, поскольку линейная волна произвольной формы, как известно, может быть представлена набором гармонических составляющих. Далее решаем две задачи Штурма—Лиувилля на собственные значения для уравнений движения упругого тела и жидкости, а также определяем соответствующие собственные функции. После подстановки решений в граничные условия (7) получаем однородную систему линейных алгебраических уравнений относительно произвольных постоянных интегрирования. Исходя из условия существования нетривиального решения этой системы, получаем дисперсионное уравнение

$$\det \left\| \Psi_{lm}(c, \lambda_i, \rho, \mu, a_{ij}, \mu_{ij}, s_{ii}^0, \rho_0, a_0, \omega h / c_s) \right\| = 0 \quad (l, m = \overline{1, 4}), \quad (8)$$

где c — фазовая скорость волн в гидроупругой системе; h — толщина слоя жидкости; c_s ($c_s^2 = \mu / \rho$) — скорость волны сдвига в материале упругого тела; μ — модуль сдвига материала упругого тела.

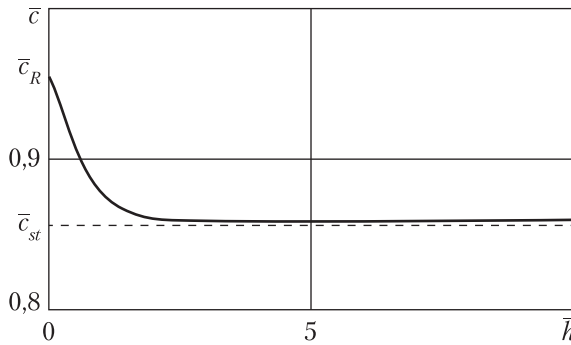


Рис. 1

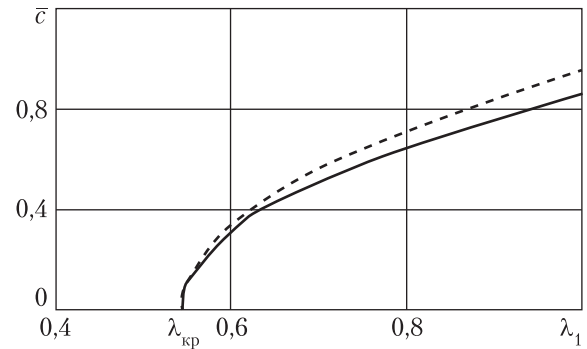


Рис. 2

Как известно, в неограниченном несжимаемом упругом теле существует сдвиговая волна. В идеальной сжимаемой жидкой среде распространяется только продольная волна (волна расширения–сжатия). Именно эти волны, взаимодействуя между собой на поверхности контакта сред, порождают волновое поле в гидроупругой системе.

Отметим, что полученное дисперсионное уравнение (8) не зависит от формы упругого потенциала. Оно является наиболее общим и из него можно получить соотношения для ряда частных случаев, которые рассмотрены в работах [4, 6, 8, 10–12]. В частности, если a_0 устремить к бесконечности, то (8) переходит в уравнение для определения параметров волн в случае взаимодействия упругого полупространства с несжимаемой идеальной жидкостью. При $\rho_0 = 0$ равенство (8) перейдет в уравнение для определения скоростей поверхностных волн Рэлея [4, 6, 8, 10, 11]. При $\rho_0 \neq 0$ и $h \rightarrow \infty$ из (8) получим соотношение, определяющее фазовую скорость волны Стоунли [4, 6, 10–12].

Указанные частные случаи учитывают наличие начальных деформаций в упругом полупространстве. Задачи, которые были рассмотрены в рамках этой модели, приведены в [4, 6, 8, 10–12]. Если принять $s_{ii}^0 = 0$, $\lambda_i = 1$, то получим равенства для основательно исследованных в рамках классической теории упругости волн Рэлея и Стоунли–Шольте [13].

Числовые результаты. В дальнейшем дисперсионное уравнение (8) решаем численно. При этом расчеты проводим для гидроупругой системы, материалы составляющих которой являются реальными. В качестве материала для упругого полупространства выбираем высокоэластичную резину, упругие свойства которой описываются упругим потенциалом Трелоара. Механические параметры для этой гидроупругой системы принимаем следующие: упругое полупространство – $\rho = 1200 \text{ кг/м}^3$, $\mu = 1,2 \cdot 10^6 \text{ Па}$; слой воды – $\rho_0 = 1000 \text{ кг/м}^3$, $a_0 = 1459,5 \text{ м/с}$, $\bar{a}_0 = a_0/c_s = 46,153442$. У этого волновода материал упругого тела (резина) является податливым и мягким. При решении предполагаем также, что начальное напряженно-деформированное состояние является однородным и удовлетворяет соотношениям $s_{11}^0 \neq 0$, $s_{22}^0 = 0$. Как показано в работах [4, 5], при такой загрузке нет аналогии между задачами в линеаризованной и линейной постановках. Поэтому результаты для тел с начальными напряжениями не могут быть получены из решений соответствующих линейных задач.

Заметим, что уравнение (8) выведено без каких-либо дополнительных требований к виду функции упругого потенциала, поэтому оно имеет место для упругих потенциалов произвольной формы. Далее дисперсионное уравнение (8) решаем численно. Результаты вычислений в виде графиков представлены на рис. 1–3.

На рис. 1 приведен график дисперсионной кривой для гидроупругого волновода, отражающий зависимость безразмерной величины фазовой скорости поверхностной волны \bar{c} ($\bar{c} = c/c_s$) от безразмерной величины толщины слоя жидкости (частоты) \bar{h} ($\bar{h} = \omega h/c_s$) при отсутствии начальных напряжений ($\lambda_1 = 1$). На этом рисунке штриховой линией обозначена асимптотика, к которой стремится фазовая скорость \bar{c} этой волны при возрастании частоты \bar{h} ($\bar{h} \rightarrow \infty$).

Характер влияния предварительного деформирования упругого полупространства на скорости поверхностных волн иллюстрируют графики на рис. 2 и 3, на которых представлены зависимости величин фазовых скоростей \bar{c} этих мод от изменения величины λ_1 . На рис. 2 приведены результаты вычислений для предварительно сжатого ($\lambda_1 \leq 1$) упругого полупространства.

Графики на рис. 3 представляют значения фазовых скоростей поверхностных волн для сильно сжатого упругого полупространства ($0,543685 \leq \lambda_1 \leq 0,543725$).

Приведенные на рис. 2 и 3 графики, изображенные сплошными линиями, получены для гидроупругой системы, толщина жидкого слоя \bar{h} которой равна 20. На этих рисунках штриховые линии отвечают упругому полупространству, не взаимодействующему с жидкостью ($\bar{\rho}_0 = 0$).

Анализ числовых результатов. Из графика, представленного на рис. 1, следует, что в гидроупругой системе, компонентами которой является слой воды ($\bar{a}_0 = 46,153442$) и упругое полупространство из резины (податливый материал), распространяется лишь одна поверхностная волна. Величина ее фазовой скорости изменяется от скорости волны Рэлея \bar{c}_R ($\bar{c}_R = c_R/c_s = 0,955312$ для $\lambda_1 = 1$) при $\bar{h} \rightarrow 0$ до скорости волны Стоунли \bar{c}_{st} ($\bar{c}_{st} = c_{st}/c_s = 0,859257$ для $\lambda_1 = 1$) при $\bar{h} \rightarrow \infty$. В рассматриваемом случае механические параметры гидроупругой системы: резина – вода таковы, что скорость распространения звуковой волны в жидкости \bar{a}_0 ($\bar{a}_0 = 46,153442$) больше скорости рэлеевской волны \bar{c}_R ($\bar{c}_R = 0,955312$ для $\lambda_1 = 1$). Учитывая результаты, полученные в работе [14], в данной гидроупругой системе это приводит к тому, что в коротковолновой части спектра поверхностная мода, распространяясь вдоль границы раздела сред, локализуется в приконтактных областях как жидкости, так и упругого полупространства. При этом глубина проникания этой поверхностной волны (волна типа Стоунли) в упругое тело больше глубины проникания в жидкость.

Как видно из графиков рис. 2 и 3, сжатие упругого полупространства ($\lambda_1 < 1$) приводит к уменьшению величин фазовых скоростей поверхностных волн.

Поверхностная неустойчивость гидроупругой системы. Графики на рис. 2, 3 для чисто упругого полупространства, изображенные штриховыми линиями, показывают, что при сжатии и $\lambda_1 \approx 0,54$ (более точное значение $\lambda_1 \approx 0,543688$), то есть при уменьшении длины высокоэластичного несжимаемого тела на 46 % значение фазовой скорости волны Рэлея обращается в нуль. Это свидетельствует о том, что в условиях плоского напряженно-дефор-

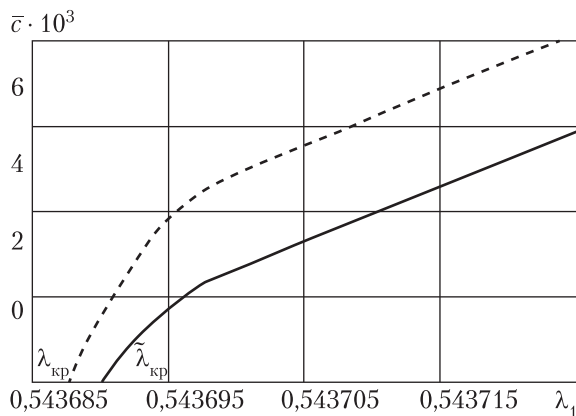


Рис. 3

мированного начального состояния для высокоэластичного несжимаемого неогуковского тела при сжатии $\lambda_1 \approx 0,54$ возникает явление поверхностной неустойчивости. Отметим, что это значение совпадает с величиной, ранее полученной в теории устойчивости [15] и соответствует значению параметра критического укорочения $\lambda_{кр}$ [15].

Из графика, приведенного на рис. 3 (сплошная линия), следует, что в гидроупругом волноводе фазовая скорость поверхностной волны Стоунли обращается в нуль при $\lambda_1 \approx 0,54369$. Это свидетельствует о том, что в условиях плоского напряженно-деформированного начального состояния поверхность упругого полупространства гидроупругой системы, контактирующая со слоем жидкости, при сжатии $\tilde{\lambda}_{кр} = \lambda_1 \approx 0,54369$ теряет поверхностную устойчивость. Для чисто упругого полупространства, как отмечено ранее, явление поверхностной неустойчивости возникает при $\lambda_{кр} = \lambda_1 \approx 0,543688$. Эти различия между значениями $\tilde{\lambda}_{кр}$ и $\lambda_{кр}$ свидетельствуют о том, что наличие слоя идеальной сжимаемой жидкости приводит к понижению порога поверхностной неустойчивости волновода и возникновению ее раньше ($\tilde{\lambda}_{кр} > \lambda_{кр}$) при меньшей сжатии ($\tilde{\lambda}_{кр} = \lambda_1 \approx 0,54369 > \lambda_{кр} = \lambda_1 \approx 0,543688$).

Таким образом, развитая линеаризованная теория волн применительно к высокоэластичным несжимаемым телам позволяет исследовать волновые процессы не только в общем и ряде частных случаев, но также возможность и условия возникновения явления поверхностной неустойчивости как в упругом полупространстве, так и в гидроупругой системе.

Таким образом, анализ полученных числовых результатов показал, что влияние конечных начальных деформаций упругого полупространства на характеристики волнового процесса в гидроупругой системе проявляется не только количественно, но и качественно. Большие предварительные деформации могут привести не только к изменению величин фазовых скоростей и дисперсионных свойств поверхностных волн, но и к более существенному изменению параметров волнового процесса в гидроупругой системе в целом. В результате их действия в упруго-жидкостном волноводе может возникнуть явление поверхностной неустойчивости, приводящее к прекращению процесса распространения волн и переносу волновой энергии.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Guz A.N. Elastic waves in bodies with initial (residual) stresses. *Int. Appl. Mech.* 2002. **38**, № 1. P. 23–59.
2. Guz A.N. Dynamics of compressible viscous fluid. Cambridge: Cambridge Scientific Publishers, 2009. 428 p.
3. Guz A. N. Aerohydroelasticity problems for bodies with initial stresses. *Int. Appl. Mech.* 1980. **16**, № 3. P. 175–190.
4. Гузь А.Н. Упругие волны в телах с начальными напряжениями. В 2-х томах. Киев: Наук. думка, 1986. Т. 2 536 с.
5. Гузь А.Н. Упругие волны в телах с начальными (остаточными) напряжениями. В 2-х частях. Saarbrücken: LAMBERT Acad. Publ., 2016.
6. Гузь А.Н. Динамика сжимаемой вязкой жидкости. Киев: А.С.К., 1998. 350 с.
7. Гузь А.Н. Введение в динамику сжимаемой вязкой жидкости. Saarbrücken: LAMBERT Acad. Publ., 2017. 244 с.
8. Babich S.Y., Guz A.N., Zhuk A.P. Elastic waves in bodies with initial stresses. *Int. Appl. Mech.* 1979. **15**, № 4. P. 277–291.
9. Гузь А.Н., Жук А.П., Махорт Ф.Г. Волны в слое с начальными напряжениями. Киев: Наук. думка, 1976. 104 с.
10. Bagno A.M., Guz A.N. Elastic waves in pre-stressed bodies interacting with a fluid (survey). *Int. Appl. Mech.* 1997. **33**, № 6. P. 435–463.

11. Guz A. N., Zhuk A. P., Bagno A. M. Dynamics of elastic bodies, solid particles, and fluid parcels in a compressible viscous fluid (review). *Int. Appl. Mech.* 2016. **52**, № 5. P. 449–507.
12. Жук А.П. Волны Стоули в среде с начальными напряжениями. *Прикл. механика.* 1980. **16**, № 1. С. 113–116.
13. Викторов И.А. Звуковые поверхностные волны в твердых телах. Москва: Наука, 1981. 288 с.
14. Багно А.М. О локализации поверхностных волн в слое идеальной сжимаемой жидкости, взаимодействующем с упругим полупространством. *Допов. Нац. акад. наук Укр.* 2018. № 1. С. 22–28. <https://doi.org/10.15407/dopovidi2018.01.022>
15. Гузь А.Н. Устойчивость упругих тел при конечных деформациях. Киев: Наук. думка, 1973. 272 с.

Поступило в редакцию 15.01.2019

REFERENCES

1. Guz, A.N. (2002). Elastic waves in bodies with initial (residual) stresses. *Int. Appl. Mech.*, 38, No. 1, pp. 23-59. <https://doi.org/10.1023/A:1015379824503>
2. Guz, A.N. (2009). Dynamics of compressible viscous fluid. Cambridge: Cambridge Scientific Publishers.
3. Guz, A. N. (1980). Aerohydroelasticity problems for bodies with initial stresses. *Int. Appl. Mech.*, 16, No. 3, pp. 175-190. <https://doi.org/10.1007/BF00885084>
4. Guz, A. N. (1986). Elastic waves in bodies with initial stresses. 2 vols. Kyiv: Naukova Dumka (in Russian).
5. Guz, A. N. (2016). Elastic waves in bodies with initial (residual) stresses. 2 parts. Saarbrücken: LAMBERT Acad. Publ. (in Russian).
6. Guz, A.N. (1998). Dynamics of compressible viscous fluid. Kyiv: A.C.K. (in Russian).
7. Guz, A. N. (2017). Introduction to dynamics of compressible viscous fluid. Saarbrücken: LAMBERT Acad. Publ. (in Russian).
8. Babich, S.Y., Guz, A.N. & Zhuk, A.P. (1979). Elastic waves in bodies with initial stresses. *Int. Appl. Mech.*, 15, No. 4, pp. 277-291. <https://doi.org/10.1007/BF00884760>
9. Guz, A.N., Zhuk, A.P. & Makhort, F.G. (1976). Waves in layer with initial stresses. Kyiv: Naukova Dumka (in Russian).
10. Bagno, A.M. & Guz, A.N. (1997). Elastic waves in pre-stressed bodies interacting with a fluid (survey). *Int. Appl. Mech.*, 33, No. 6, pp. 435-463. <https://doi.org/10.1007/BF02700652>
11. Guz, A. N., Zhuk, A. P. & Bagno, A. M. (2016). Dynamics of elastic bodies, solid particles, and fluid parcels in a compressible viscous fluid (review). *Int. Appl. Mech.*, 52, No. 5, pp. 449-507. <https://doi.org/10.1007/S10778-016-0770-6>
12. Zhuk, A.P. (1980). Stoneley wave in a medium with initial stresses. *J. Appl. Mech.*, 16, No. 1, pp. 113-116 (in Russian).
13. Viktorov, I. A. (1981). Sound surface waves in solids. Moscow: Nauka (in Russian).
14. Bagno, A.M. (2018). On the localization of surface waves in the layer of an ideal compressible fluid interacting with the elastic half-space. *Dopov. Nac. acad. nauk Ukr.*, No. 1, pp. 22-28 (in Russian). <https://doi.org/10.15407/dopovidi2018.01.022>
15. Guz, A. N. (1973). Stability of elastic bodies under finite deformations. Kyiv: Naukova Dumka (in Russian).

Received 15.01.2019

О.М. Багно

Институт механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України, Київ

E-mail: alexbag2016@gmail.com

ПРО ВПЛИВ ШАРУ ІДЕАЛЬНОЇ СТИСЛИВОЇ РІДИНИ НА ПОВЕРХНЕВУ НЕСТІЙКІСТЬ НЕСТИСЛИВОГО ПРУЖНОГО ПІВПРОСТОРУ, ПІДДАНОГО СКІНЧЕННИМ ПОЧАТКОВИМ ДЕФОРМАЦІЯМ

Розглядається задача про поширення нормальних хвиль у попередньо деформованому нестисливому півпросторі, що взаємодіє з шаром ідеальної стисливої рідини. Дослідження проведено на основі тривимірних лінеаризованих рівнянь теорії пружності скінченних деформацій для нестисливого пружного півпрос-

тору та тривимірних лінеаризованих рівнянь Ейлера для шару ідеальної стисливої рідини. Застосовано постановку задачі та підхід, засновані на використанні представлень загальних розв'язків лінеаризованих рівнянь для пружного тіла та рідини. Отримано дисперсійне рівняння, яке описує поширення гармонічних хвиль у гідропружній системі. Побудована дисперсійна крива поверхневої хвилі в широкому діапазоні частот. Проаналізовано вплив скінченних початкових деформацій пружного півпростору та товщини шару ідеальної стисливої рідини на фазові швидкості, дисперсію поверхневих хвиль та поверхневу нестійкість гідропружного хвилеводу. Числові результати наведено у вигляді графіків і дано їх аналіз.

Ключові слова: *поверхневі хвилі, фазова швидкість, нестисливий пружний півпростір, шар ідеальної стисливої рідини, скінченні початкові деформації, поверхнева нестійкість.*

А.М. Багно

S.P. Timoshenko Institute of Mechanics of the NAS of Ukraine, Kyiv

E-mail: alexbag2016@gmail.com

ON THE INFLUENCE OF A LAYER OF THE IDEAL COMPRESSIBLE FLUID
ON THE SURFACE INSTABILITY OF THE INCOMPRESSIBLE ELASTIC
HALF-SPACE EXPOSED TO FINITE INITIAL DEFORMATIONS

The problem of propagation of normal waves in the pre-deformed incompressible elastic half-space that interacts with a layer of an ideal compressible fluid is considered. The study is based on the three-dimensional linearized equations of the theory of elasticity of finite deformations for the incompressible elastic half-space and the three-dimensional linearized Euler equations for a layer of the ideal compressible fluid. The problem formulation and the approach based on the utilization of representations of general solutions of the linearized equations for an elastic solid and the fluid are applied. A dispersion equation, which describes the propagation of harmonic waves in a hydroelastic system is obtained. The dispersion curve for a surface wave over a wide range of frequencies is constructed. The effect of finite initial deformations of the elastic half-space and the thickness of the layer of the ideal compressible fluid on the phase velocities, dispersion of surface waves, and surface instability of a hydroelastic waveguide is analyzed. The numerical results are presented in the form of graphs, and their analysis is given.

Keywords: *surface waves, phase velocity, incompressible elastic half-space, layer of the ideal compressible fluid, finite initial deformations, surface instability.*